

**муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
«Школа №109»
городского округа Самара
(МБОУ Школа № 109 г.о. Самара)**

443009, город Самара, ул. Вольская, 96. тел. 8(846) 995–97–96 E mail: - mou_109@mail.ru

**Открытый урок на тему:
"Решение систем уравнений
с двумя переменными"
в 9 классе**

**Гончарова Джамиля Уаншкалиевна
учитель математики и физики
первой квалификационной
категории**

2021– 2022 учебный год

Девиз: «Три пути ведут к знанию:
путь размышления – это путь самый благородный,
путь подражания – это путь самый легкий
и путь опыта – это путь самый горький».
Конфуций.

Тип урока: урок обобщения и систематизации знаний.

Цель урока:

Формирование ключевых компетентностей:

- а) усвоение знаний в их системе, умение самостоятельно применять полученные ЗУН, осуществлять их перенос в новые условия;
- б) развитие умений рассчитывать свои силы и оценивать свои возможности;
- в) воспитание умения контролировать внимание на всех этапах урока.

Задачи урока:

- ✚ Выявить уровень усвоения полученных знаний;
- ✚ Создать условия для самооценки своих возможностей и выбора цели в деятельности;
- ✚ Развивать навыки индивидуальной и самостоятельной работы;
- ✚ Побуждать к само-, взаимоконтролю;
- ✚ Вызывать потребность в обосновании своих высказываний.

Психологическая установка

- ✚ Продолжаем отрабатывать навыки решения систем уравнений;
- ✚ Формируем математическую интуицию;
- ✚ На уроке можем ошибаться, сомневаться, консультироваться.
- ✚ Каждый учащийся сам себе дает установку

Содержание урока

- 1.Разминка. Проверка домашнего задания;
- 2.Решение систем уравнений с двумя переменными алгебраическими способами;
3. .Решение систем уравнений с двумя переменными графическим способом;
- 4.Исследование систем уравнений и новые открытия.
5. Итоги урока.

І. О б о р у д о в а н и е : доска, набор заданий, карточки с заданием тестов, индивидуальные оценочные листы, презентация урока, мультимедийная установка.

Работа учащихся состоит из этапов. Результаты каждого этапа ученики заносят в индивидуальные оценочные листы и показывают свое эмоциональное состояние.

ОЦЕНКА МОЕЙ РАБОТЫ НА УРОКЕ.

Фамилия ученика.....

Этап	Вид работы	Оценка	Эмоциональное состояние
1	Разминка. Проверка домашнего задания.		
2	Решение систем уравнений алгебраическими способами		
3	Графическое решение систем двух уравнений с двумя переменными.		
4	Исследование систем уравнений		
5	Общая оценка.		

Ход урока

1. ОРГАНИЗАЦИОННЫЙ МОМЕНТ.

- Учитель сообщает учащимся тему и цель урока.
- Рассказывает о том, как будет построен урок.
- Знакомит с требованиями ведения оценочного листа.

Этап I Начало урока посвящается проверке знаний.

Решение систем, содержащих два уравнения с двумя переменными второй степени весьма трудная задача, но в некоторых случаях системы могут быть решены с помощью простых и изящных приемов. Открыть некоторые из них – это цель домашней работы в группах.

4 группам дано задание решить систему уравнений:
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3, \end{cases}$$

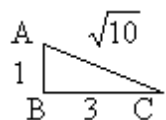
Ученик 1 группы показывает решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3, \end{cases} \quad \text{- графическим способом.}$$

Решение:

В одной системе координат построим графики уравнений: $x^2 + y^2 = 10$ и $xy = -3$.

$x^2 + y^2 = 10$ - графиком этого уравнения является окружность с центром в точке (0;0) и радиусом $\sqrt{10}$.



В треугольнике ABC, $\angle ABC = 90^\circ$, $AB=1$, $BC=3$, $AC=\sqrt{10}$.

Длину отрезка $AC=\sqrt{10}$ возьмем за радиус окружности $x^2 + y^2 = 10$.

$xy=3$; $y=\frac{-3}{x}$; $x \neq 0$ - графиком этого уравнения является гипербола, ветви которой расположены во II и IV координатных углах.

x	-6	-3	-1	-0.5	0.5	1	3	6
y	0.5	1	3	6	-6	-3	-1	-0.5

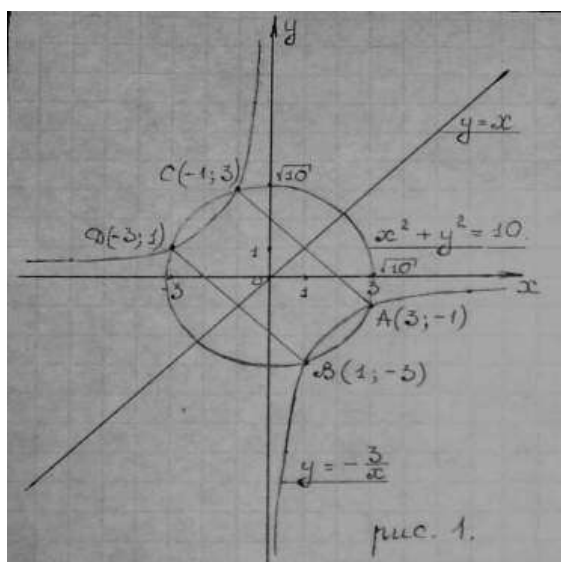


Рисунок 1

Графики изображены на рисунке 1.

Графики $x^2 + y^2 = 10$ и $y = \frac{-3}{x}$ пересекаются в четырех точках (они обозначены буквами А, В, С, Д), следовательно, данная система уравнений имеет четыре решения:

$(3;-1)$, $(-3;1)$, $(-1;3)$, $(1;-3)$.

Ответ: $(3;-1)$, $(-3;1)$, $(-1;3)$, $(1;-3)$.

Интересно заметить, что решения данной системы симметричны. Точки С и В и А и Д симметричны относительно начала координат. Точки С и А и Д и В симметричны

относительно биссектрисы I и III координатных углов (прямой $y=x$), поэтому их координаты “меняются местами”

Решение ученика 2 группы.

Решить систему
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3; \end{cases}$$

Свое решение на доске показывает одна из групп:

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 4, \\ xy = -3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ 2xy = -6; \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3; \end{cases} \quad \begin{cases} (x+y)^2 = 4, \\ xy = -3; \end{cases} \quad (1)$$

Система (1) “распадается” на две более простые системы:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3; \end{cases} \quad (2) \quad \begin{cases} x + y = -2, \\ xy = -3; \end{cases} \quad (3)$$

Каждое решение системы (1) является решением хотя бы одной из систем (2) или (3). И каждое решение системы (2) и (3) является решением системы (1).

Системы (2) и (3) является симметричными, решим каждую из них:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3; \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} x + y = -2, \\ xy = -3; \end{cases} \quad (2)$$

Пусть t_1 и t_2 корни уравнения

$$t^2 + 2t - 3 = 0;$$

$t_1 = 3$ и $t_2 = -1$ его корни,

Тогда (3;-1) и (-1;3)-

решения системы (1).

Пусть t_1 и t_2 корни уравнения

$$t^2 - 2t - 3 = 0;$$

$t_1 = -3$ и $t_2 = 1$ его корни,

Тогда (-3;1) и (1;-3)-

решения системы (2)

Для того чтобы понять содержательную сторону приведенного решения, обратимся к графической иллюстрации. На рис.2 в одной системе координат показано графическое решение систем.

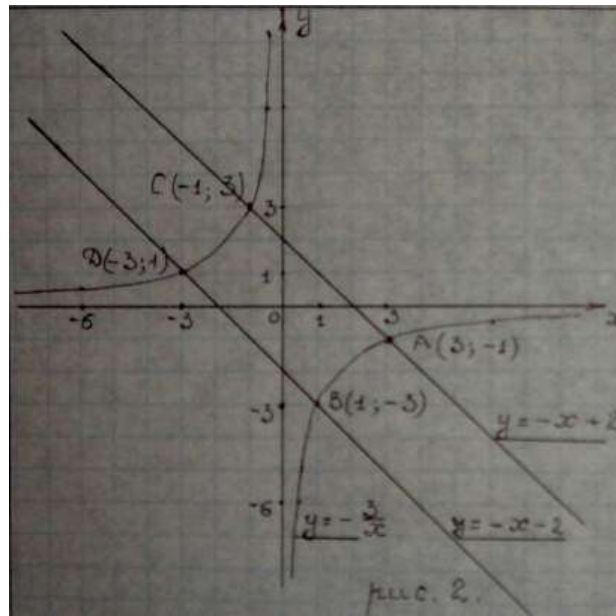


Рисунок 2

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y = -2, \\ xy = -3. \end{cases}$$

Каждая прямая $x+y=2$ и $x+y=-2$ пересекает гиперболу $xy=-3$ в двух точках, а всего мы имеем четыре точки пересечения (они обозначены буквами А, В, С, Д). Это те же точки, которые получились при пересечении гиперболы и окружности (смотри рис.1).

Ответ: (3;-1), (-3;1), (-1;3), (1;-3).

Еще один способ решения данной системы $\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3; \end{cases}$ представил один из учеников 3 группы.

Решение:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3; \end{cases}$$

Сложим почленно первое уравнение системы $x^2 + y^2 = 10$ сначала с уравнением $2xy = -6$, а затем с уравнением $-2xy = 6$. Получим систему:

$$\begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 4, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 16; \end{cases} \quad \begin{cases} (x + y)^2 = 4, \\ (x - y)^2 = 16. \end{cases}$$

Из первого уравнения получаем, что

$x+y=2$ или $x+y=-2$.

Из второго уравнения получаем, что

$x-y=4$ или $x-y=-4$.

Рассматривая каждое уравнение первой строки совместно с каждым уравнение второй строки приходим к четырем системам линейных уравнений:

$$\begin{cases} x+y=2, \\ x-y=4; \end{cases} \begin{cases} x+y=2, \\ x-y=-4; \end{cases} \begin{cases} x+y=-2, \\ x-y=4; \end{cases} \begin{cases} x+y=-2, \\ x-y=-4. \end{cases}$$

Решив каждую из них получим следующие решения исходной системы:

$(3;-1), (-3;1), (-1;3), (1;-3).$

Решение проиллюстрировано графически на рис.3.

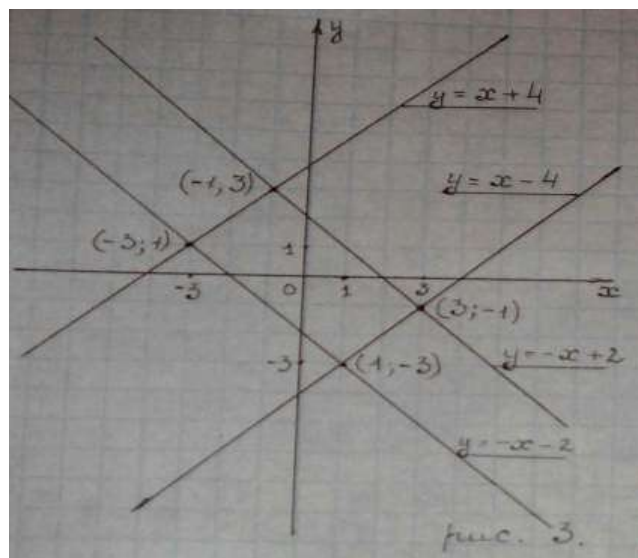


Рисунок 3

Теперь мы видим, что четыре прямые при попарном пересечении указывают нам те же самые точки, которые получились при пересечении окружности и гиперболы (смотри рис.1).

Ответ: $(3;-1), (-3;1), (-1;3), (1;-3).$

И еще разберем один из способов решения системы
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3. \end{cases}$$

Данная система является симметричной и решается она очень красиво с помощью введения новых переменных. Пусть $xy = u$, $x + y = v$ и учитывая, что

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = v^2 - 2u \text{ , получим: } \begin{cases} v^2 - 2u = 10, \\ u = -3. \end{cases}$$

Если $u = -3$, то $v^2 + 6 = 10$, $v^2 = 4$, $v = 2$ или $v = -2$, тогда получим:

$$\begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3, \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x + y = 2, \\ xy = -3. \end{cases}$$

Полученные системы тоже являются симметричными системами, которые мы уже решали. Итак, (3;1), (-1;3), (-3;1), (1;-3)-решения данной системы.

Мы рассмотрели пять различных способов решения одной и той же системы уравнений. Каждый выберет для себя способ, который ему больше всего понравился, самое главное - что каждый из Вас научился решать системы такого вида и поэтому эпиграфом домашнего задания могли служить слова Б.В.Гнеденко: “Ничто так не содействует усвоению предмета, как действие с ним в разных ситуациях”.

Разминка.

Учащимся предлагается решить тестовые задания (из КИМов ГИА), результаты решений записать в тетрадь. На выполнение задания отводится пять минут.

(слайд 5-8).

Самопроверка тестового задания (слайд 9).

Обратитесь к своим оценочным листам. Поставьте в них заработанную оценку и изобразите свое эмоциональное состояние с помощью “смайлика” улыбающегося, безразличного или грустного.

. Этап II Решение систем уравнений алгебраическими способами.

(слайд 10).

. Ваша задача состоит в том, чтобы поставить в соответствие каждому уравнению верный ответ. Системы уравнений обозначены буквами. Если все задания выполните правильно, вы прочитаете имя одного из древнегреческих математиков. На решения отводится 15 минут.

Четверо учащихся решают системы уравнений по образцам у доски.

1). Решите систему уравнений $\begin{cases} x - 5y = -2, \\ x - y^2 = 16. \end{cases}$ по образцу

Образец:

- 1) Выразим в уравнении первой степени $x - 5y = -2$ одну переменную через другую
 $x = -2 + 5y$.
- 2) Подставим полученное выражение $(-2 + 5y)$ в уравнение второй степени

$$(-2+5y)-y^2=16.$$

3) Приведем уравнение к уравнению с одной переменной

$$-2+5y-y^2=-16, \quad -y^2+5y-2+16=0, \quad -y^2+5y+14 \neq 0 \cdot (-1), \quad y^2-5y-14=0.$$

4) Решим квадратное уравнение

$$y^2-5y-14=0, \quad a=1; \quad b=-5; \quad c=-14, \quad D=b^2-4ac=(-5)^2-4 \cdot 1 \cdot (-14)=25+56=81=9^2>0 - \text{два корня.}$$

$$y_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 \pm 9}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm 9}{2}; \quad y_1 = \frac{5+9}{2} = \frac{14}{2} = 7; \quad y_2 = \frac{5-9}{2} = \frac{-4}{2} = -2.$$

5) Найдем значение второй переменной

$$\text{Если } y_1=7, \text{ то } x_1=-2+5 \cdot 7=33;$$

$$\text{Если } y_2=-2, \text{ то } x_2=-2+5 \cdot (-2)=-2-10=-12.$$

(33;7); (-12; -2) – решения системы

Ответ: (33;7); (-12; -2)

2). Решить систему уравнений по образцу

Образец: Решить систему уравнений $\begin{cases} x^2 - 3y^2 = 22, \\ x^2 + 3y^2 = 28. \end{cases}$ способом сложения.

$$1) \text{ Складываем почленно оба уравнения, получаем систему } \begin{cases} 2x^2 = 50, \\ x^2 + 3y^2 = 28. \end{cases}$$

$$2) \text{ Решим полученное уравнение с одной переменной } 2x^2=50$$

$$x^2=50:2=25,$$

$$x=\pm\sqrt{25},$$

$$x_1=5; \quad x_2=-5.$$

2. Найдем значение второй переменной

$$\text{Если } x_1=5, \text{ то } 5^2+3y^2=28, \quad 25+3y^2=28, \quad 3y^2=28-25=3, \quad y^2=3:3=1, \quad y_1=1, \quad y_2=-1.$$

$$\text{Если } x_2=-5, \text{ то } (-5)^2+3y^2=28, \quad 25+3y^2=28, \quad 3y^2=28-25=3, \quad y^2=3:3=1, \quad y_1=1, \quad y_2=-1.$$

Ответ: (5;1); (5;-1); (-5; 1); (-5;-1).

Решите по образцу

$$\begin{cases} x^2 - 2y^2 = 14, \\ x^2 + 2y^2 = 18. \end{cases}$$

3). Решить систему уравнений по образцу

Образец: Решить систему уравнений $\begin{cases} 2y - x = 7, \\ x^2 - xy - y^2 = 29. \end{cases}$ способом подстановки.

6) Выразим в уравнении первой степени $2y - x = 7$ одну переменную через другую –
 $x = 7 - 2y$,

$$x = 2y - 7$$

7) Подставим полученное выражение $(2y - 7)$ в уравнение второй степени
 $(2y - 7)^2 - (2y - 7)y - y^2 = 29$.

8) Приведем уравнение к уравнению с одной переменной
 $4y^2 - 28y + 49 - 2y^2 + 7y - y^2 = 29$, $y^2 - 21y + 49 - 29 = 0$, $y^2 - 21y + 20 = 0$,

9) Решим квадратное уравнение
 $y^2 - 21y + 20 = 0$, $a = 1$; $b = -21$; $c = 20$, $D = b^2 - 4ac = (-21)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 20 = 441 - 80 = 361 = 19^2 > 0$ – два
 корня.

$$y_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{21 \pm 19}{2 \cdot 1} = \frac{21 \pm 19}{2}; \quad y_1 = \frac{21 + 19}{2} = \frac{40}{2} = 20; \quad y_2 = \frac{21 - 19}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

10) Найдем значение второй переменной

Если $y_1 = 20$, то $x_1 = 2 \cdot 20 - 7 = 40 - 7 = 33$;

Если $y_2 = 1$, то $x_2 = 2 \cdot 1 - 7 = -5$.

$(33; 20)$; $(-5; 1)$ – решения системы

Ответ: $(33; 20)$; $(-5; 1)$

Решите по образцу

$$\begin{cases} y - 3x = 1, \\ x^2 - 2xy + y^2 = 9. \end{cases}$$

4). Решить систему уравнений по образцу

Образец: Решить систему уравнений $\begin{cases} xy = 4, \\ y = 0,5x^2 - 8. \end{cases}$ графическим способом.

1) В уравнении $xy = 4$ выразим переменную y через переменную x , получим $y = \frac{4}{x}$.

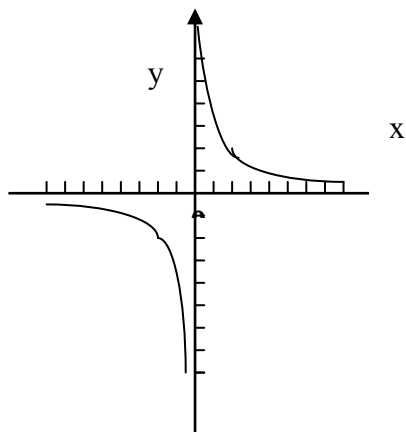
2) Составим таблицу значений переменных для гиперболы $y = \frac{4}{x}$

x	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
y	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	-4	4	2	1	$\frac{1}{2}$

3) Найдем координаты вершины параболы $x = 0$, тогда $y = 0,5 \cdot 0^2 - 8 = -8$. КВП(0; -8)

4) Составим таблицу значений переменных для параболы $y = 0,5x^2 - 8$

x	-4	-2	-1	0	1	2	4
y	0	-6	-7,5	-8	-7,5	-6	0



Ответ: (-3,8; -1,2); (-0,6; -7,9); (4,2; 0,9) ;

Решите по образцу:

$$y = x^2 + 1,$$

$$xy = 3.$$

Решение систем уравнений второго уровня.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x - 5y = 5, \\ x^2 - 25y^2 = -75. \end{cases}$$

Разложим левую часть второго уравнения системы на множители, используя формулу разности квадратов

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b):$$

$$x^2 - 25y^2 = (x - 5y)(x + 5y)$$

После этого наша система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} x - 5y = 5, \\ (x - 5y)(x + 5y) = -75. \end{cases}$$

Используя первое уравнение системы $x - 5y = 5$, заменим во втором уравнении $x - 5y$ на его значение 5

$$\begin{cases} x - 5y = 5, \\ 5(x + 5y) = -75. \end{cases}$$

Разделим левую и правую части второго уравнения системы на 5:

$$\begin{cases} x - 5y = 5, \\ x + 5y = -15. \end{cases} \quad (3)$$

Таким образом, мы получили линейную систему уравнений. Вычтем почленно из 1-ого уравнения 2-рое: $-10y = 20$. Выразим отсюда y : $y = -2$.

Теперь подставим $y = -2$ в одно из уравнений системы (3),

например во второе:

$$x + 5 \cdot (-2) = -15, \quad x = -5.$$

Ответ: $x = -5, y = -2$.

Решить систему уравнений

$$2x+3y=-8,$$

$$4x^2+5xy+9y^2=50. (1)$$

Возведем в квадрат обе части первого уравнения: $(2x+3y)^2=(-8)^2$ Используем формулу квадрата суммы:

$$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$$

$$(2x+3y)^2=4x^2+12xy+9y^2$$

После этого наша система уравнений примет вид:

$$\begin{cases} 4x^2+12xy+9y^2=64, \\ 4x^2+5xy+9y^2=50. (2) \end{cases}$$

Вычтем почленно из первого уравнения второе:

$$7xy=14,$$

$$\begin{cases} xy=2. \end{cases}$$

Воспользуемся первым уравнением системы (1): $2x+3y=-8$.

Выразим из этого уравнения x через y :

$$2x=-3y-8$$

$$x=-1.5y-4$$

Теперь подставим в уравнение $xy=2$ вместо x полученное выражение:

$$y(-1.5y-4)=2$$

$$-1.5y^2-4y-2=0$$

Найдем корни полученного квадратного уравнения: $y_1=-2$ и $y_2=-2/3$.

Подставляя полученные значения в уравнение $x=-1.5y-4$, найдем соответствующие значения x :

$$x_1=-1.5*(-2)-4$$

$$x_1=-1$$

$$x_2=-1.5*(-2/3)-4$$

$$x_2=-3$$

Ответ: $x_1 = -1, y_1 = -2; x_2 = -3, y_2 = -2/3$.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} 2x^2-xy=-8, \\ y^2-2xy=32. (1) \end{cases}$$

В первом уравнении вынесем за скобку x , а во втором y :

$$\begin{cases} x(2x-y)=-8, \\ y(y-2x)=32. \end{cases}$$

Домножим второе уравнение на -1 :

$$\begin{cases} x(2x-y)=-8, \\ y(2x-y)=-32. \end{cases}$$

Домножим первое уравнение на y , а второе на x :

$$\begin{cases} xy(2x-y)=-8y, \\ xy(2x-y)=-32x. \end{cases}$$

Мы получили два уравнения, с одинаковой левой частью, следовательно, их правые части равны:

$$-8y = -32x \quad \text{Выразим отсюда } y: y = 4x$$

Подставим в уравнение $x(2x-y)=-8$ вместо y , полученное выражение:

$$\begin{aligned} x(2x-4x) &= -8 \\ x(-2x) &= -8 \\ -2x^2 &= -8 \\ x^2 &= 4 \quad x_1 = 2 \quad x_2 = -2 \end{aligned}$$

Подставляя полученные значения в уравнение $y = 4x$,

найдем соответствующие значения y :

$$\begin{aligned} y_1 &= 4 \cdot 2 \\ y_1 &= 8 \quad y_2 = 4 \cdot (-2) \\ y_2 &= -8 \end{aligned}$$

Ответ: $x_1 = 2, y_1 = 8; x_2 = -2, y_2 = -8$.

Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x+4y=-2, \\ x^3+64y^3=-56. \end{cases}$$

Используя формулу суммы кубов $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$, разложим на множители x^3+64y^3 :

$$x^3+64y^3=(x+4y)(x^2-4xy+16y^2).$$

После этого система примет вид:

$$\begin{cases} x+4y=-2, \\ (x+4y)(x^2-4xy+16y^2)=-56. \end{cases}$$

Подставляя во второе уравнение системы вместо $x+4y$ его значение -2 , мы получим:

$$\begin{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4y=-2, \\ -2(x^2-4xy+16y^2)=-56. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+4y=-2, \\ x^2-4xy+16y^2=28. \end{cases}$$

Возведем в квадрат обе части первого уравнения $x+4y=-2$.

По формуле квадрата суммы

$$\begin{cases} (a+b)^2=a^2+2ab+b^2: \\ (x+4y)^2=x^2+8xy+16y^2 \end{cases}$$

Таким образом, мы получим систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2+8xy+16y^2=4, \\ x^2-4xy+16y^2=28. \end{cases} \quad (3)$$

Вычтем почленно из первого уравнения системы (3) второе:

$$8xy - (-4xy) = 4 - 28$$

$$12xy = -24$$

$$xy = -2$$

Воспользуемся первым уравнением системы (1) и выразим одно неизвестное через другое, допустим x через y :

$$x+4y=-2$$

$$x=-4y-2$$

Подставим теперь в уравнение $xy=-2$ вместо x полученное выражение:

$$y(-4y-2)=-2$$

$$-4y^2-2y+2=0$$

$$2y^2+y-1=0$$

Найдем корни полученного квадратного уравнения:

$$y_1=-1 \quad y_2=0.5$$

Подставляя полученные значения в уравнение $x=-4y-2$, найдем соответствующие значения x :

$$x_1=-4*(-1)-2$$

$$x_1=2$$

$$x_2=-4*0.5-2$$

$$x_2=-4$$

Ответ: $x_1 = 2, y_1 = -1; x_2 = -4, y_2 = 0.5$

(слайд 11)

- Итак, вы получили имя **ДИОФАНТ**. Чем же знаменит он? Почему именно его имя я зашифровала в таблице?

Рассказ учителя.

Диофант Александрийский – один из самых своеобразных древнегреческих математиков. До сих пор не выяснены ни год рождения, ни дата смерти Диофанта; полагают, что он жил в 3 веке нашей эры. Из работ Диофанта самой важной является “Арифметика”, из 13 книг которой только 6 сохранились до наших дней. В сохранившихся книгах Диофанта содержится 189 задач с решениями. В пяти книгах содержатся методы решения неопределенных уравнений. Это и составляет основной вклад Диофанта в математику (слайд 12).

А вот о том, сколько же лет прожил Диофант вы мне ответите на следующем уроке, решив дома задачу текст которой у вас на парте,. Эта задача была найдена в одном из древних рукописных сборников задач в стихах, где жизнь Диофанта описывается в виде алгебраической загадки, представляющей надгробную надпись на его могиле.

Прах Диофанта гробница почит;
дивись ей – и камень
Мудрым искусством его скажет усопшего век.
Волей богов шестую часть жизни он прожил ребенком.
И половину шестой встретил с пушком на щеках.
Только минула седьмая, с подругою он обручился.
С нею 5 лет проведя, сына дождался мудрец;
Только полжизни отцовской возлюбленный сын его прожил ,
Отнят он был у отца ранней могилой своей.
Дважды два года родитель оплакивал тяжкое горе,
Тут и увидел предел жизни печальной своей.

Этап III. Решение систем уравнений графическим способом.

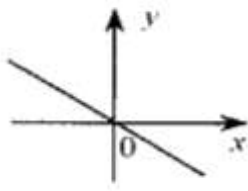
Тестирование. Три уровня сложности.

1 уровень.

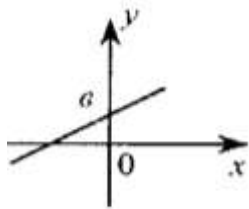
Установите соответствие между формулой и графиком

1).

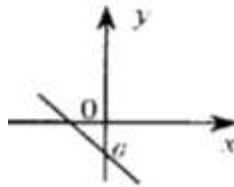
1. $y = kx + b (k > 0)$
2. $y = kx (k < 0)$
3. $y = kx + b \quad (k < 0)$
4. $y = kx \quad (k > 0)$
5. $y = !x!$



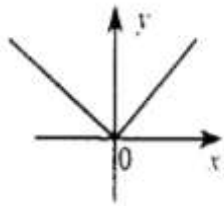
а



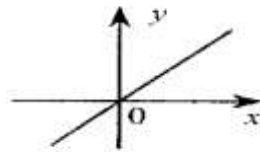
б



в

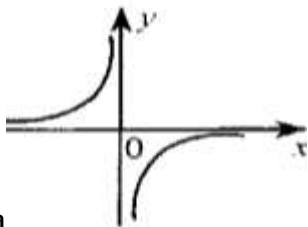


г

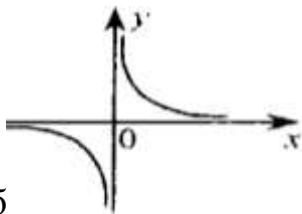


д

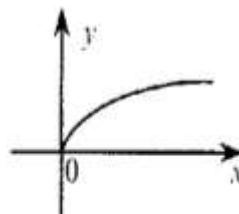
2).



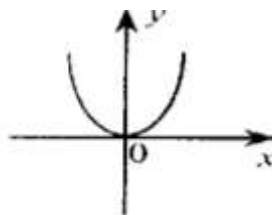
а



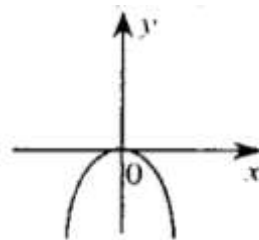
б



в



д



1. $y = ax^2$ ($a > 0$) г)

2. $y = k/x$ ($k > 0$)

3. $y = k/x$ ($k < 0$)

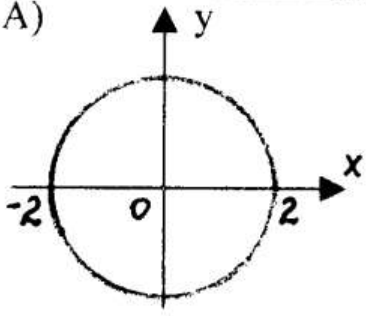
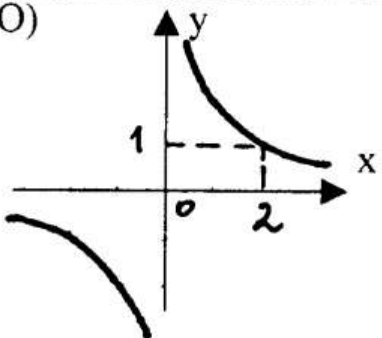
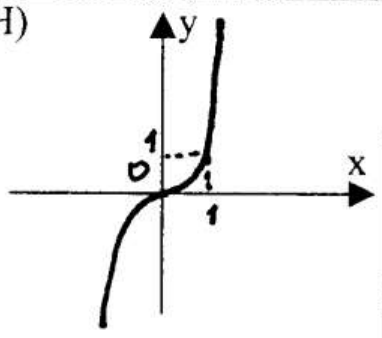
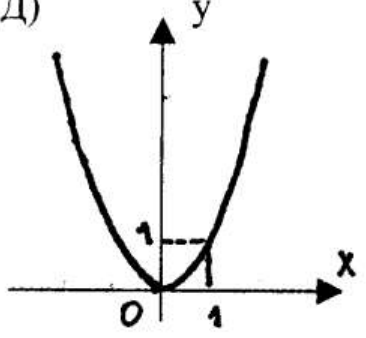
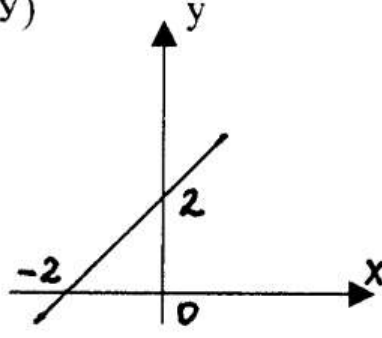
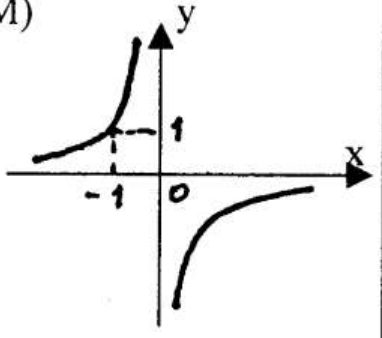
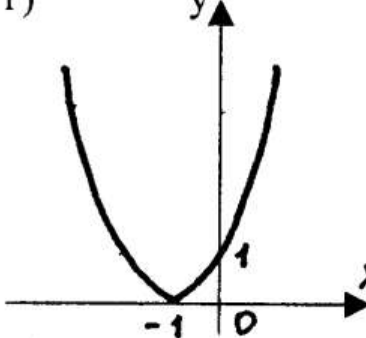
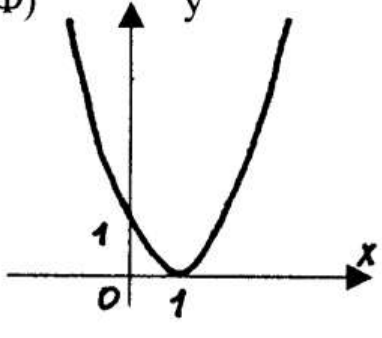
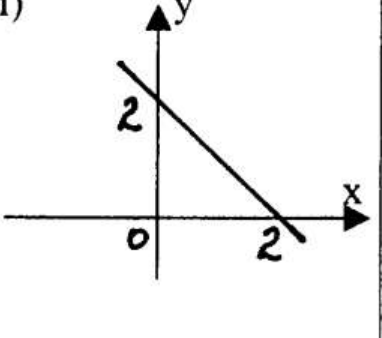
4. $y = x^{1/2}$, 5. $y = ax^2$ ($a < 0$)

2 уровень.

“Проанализируйте уравнения, их графики и заполните таблицу”. В таблице записаны уравнения с двумя переменными, а ниже приведены их графики. Ваша задача состоит в том, чтобы поставить в соответствие каждому уравнению график. Системы уравнений обозначены буквами. Если все задания выполните правильно вы прочитаете имя одного из древнегреческих математиков.

**ПРОАНАЛИЗИРУЙТЕ УРАВНЕНИЯ, ИХ ГРАФИКИ И
ЗАПОЛНИТЕ ТАБЛИЦУ.**

Формула уравнения.	Преобразование формулы (если необходимо)	Буква чертежа.
$X^2 - y = 0$		
$x + y - 2 = 0$		
$xy = 2$		
$y = (x - 1)^2$		
$X^2 + y^2 = 4$		
$X^3 - y = 0$		
$y = x^2 + 2x + 1$		

A) 	O) 	H) 
Д) 	У) 	М) 
Т) 	Ф) 	И) 

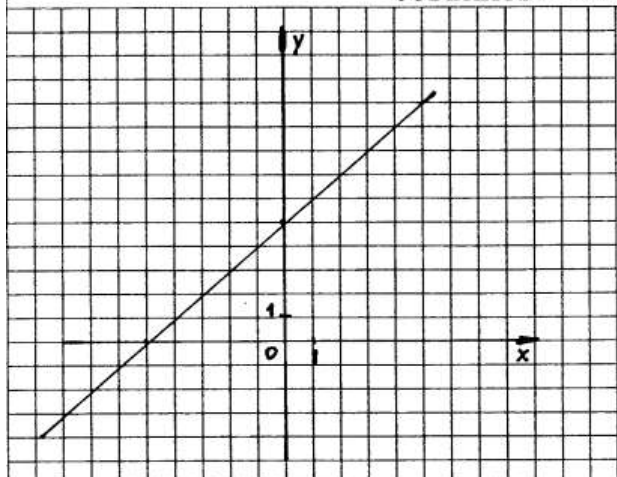
3 уровень.

-Изображены графики некоторых уравнений, а справа записаны системы уравнений. Но в этой системе одного уравнения не хватает. Ваша задача заключается в том, чтобы

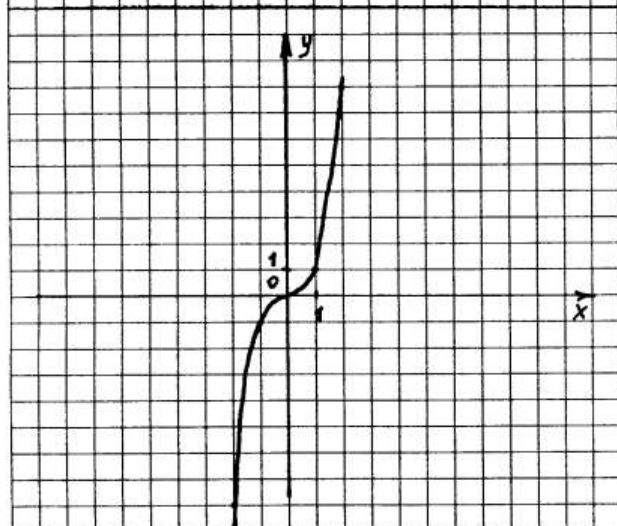
1. в систему вписать уравнение линии, изображенной на чертеже
2. дополнить чертеж графиком, уравнение которого уже записано в системе
3. найти решения данной системы графически.

В правом столбце таблицы записаны буквы, а рядом пара чисел. Каждая пара соответствует решению системы $\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$. Из полученных букв составьте фамилию великого французского ученого. Работает каждый индивидуально. Время работы 10 минут.

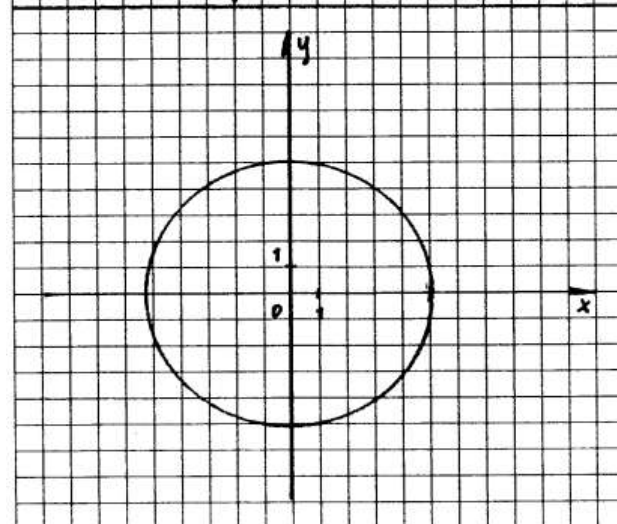
В ДАННУЮ СИСТЕМУ ВПИШИТЕ УРАВНЕНИЕ ЛИНИИ, ИЗОБРАЖЕННОЙ НА ЧЕРТЕЖЕ.
ДОПОЛНИТЕ ЧЕРТЕЖ ЛИНИЕЙ, УРАВНЕНИЕ КОТОРОЙ УЖЕ ЗАПИСАНО В СИСТЕМЕ.
УКАЖИТЕ РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ.



$$\begin{cases} y - x^2 = 3, \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$P(-1; -1)$$
 $E(2; 7)$
$$\Phi(-1; 4)$$
$$H(0; 5)$$


$$\begin{cases} XY = 1, \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

$$M(1; 1)$$
$$A(5; 0)$$


$$\begin{cases} X - 5 = 0, \\ \dots\dots\dots \end{cases}$$

В это же время у доски 4 учащихся выполняют работу в парах (слайд 13).

- Возьмите свои оценочные листы, поставьте себе оценку за работу на третьем этапе урока и выразите свое эмоциональное состояние.

Этап IV. Исследовательская деятельность.

- На данном этапе урока нам предстоит с вами побывать в роли исследователей. Перед нами стоит задача: выяснить количество решений системы двух уравнений с двумя переменными в зависимости от параметра.

Индивидуальное домашнее задание, которое приготовил ученик (слайд 14, 15).

Если $\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$, то система имеет единственное решение,

если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$, то система не имеет решений,

если $\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$, то система имеет бесконечно много решений.

При каких значениях параметра a система $\begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ ax - 6y = 14 \end{cases}$

а) имеет бесконечно много решений;

б) имеет единственное решение?

Решение:

а) $\frac{2}{a} = \frac{-3}{-6} = \frac{7}{14}, a = 4.$

б) $\frac{2}{a} \neq \frac{-3}{-6}, a \neq 4.$

Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ x + 2y = n \end{cases}$$

Решение:

а) $\begin{cases} x + (m+1)y = 1 \\ x + 2y = n \end{cases}$

$\frac{1}{1} \neq \frac{m+1}{2}$, т.е. при $m \neq 1$ система имеет единственное решение $\begin{cases} x = 1 - (m+1)y \\ x = n - 2y \end{cases}$

$$1 - ym - y = n - 2y$$

$$-ym + y = n - 1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{n-1}{1-m} \\ x = n - \frac{2n-2}{1-m} \end{array} \right., \left\{ \begin{array}{l} y = \frac{n-1}{1-m} \\ x = \frac{-n-mn+2}{1-m} \end{array} \right.$$

б) $\frac{1}{1} = \frac{m+1}{2} \neq \frac{1}{n}$, т.е. при $m = 1$ и $n \neq 1$ исходная система решений не имеет.

в) $\frac{1}{1} = \frac{m+1}{2} = \frac{1}{n}$, при $m = 1$ и $n = 1$ система имеет бесконечно много решений.

Ответ: если $m = 1$ и $n \neq 1$, то решений нет;

если $m = 1$ и $n = 1$, то решений бесконечное

множество, $\left\{ \begin{array}{l} y - \text{любое} \\ x = n - 2y \end{array} \right.$;

если $m \neq 1$ и n – любое, то $\left\{ \begin{array}{l} y = \frac{n-1}{1-m} \\ x = \frac{-n-mn+2}{1-m} \end{array} \right.$

ИТОГ УРОКА.

Итак, сегодня мы с вами

- закрепили знания, умения и навыки по теме “Уравнения с двумя переменными второй степени и их графики. Решение систем уравнений с двумя переменными”.
- познакомились с великим ученым, который внес огромный вклад в развитие математики.
- приобрели начальные навыки исследовательской деятельности

Все ваши работы сложите в файл и сдайте.

Задание на дом (слайд 16-18).

-Осталось проверить барометр вашего настроения.

Урок окончен.

